

# הסתברות וסטטיסטיקה א

פרק 26 - המשתנה המקרי הבדיד - תוחלת - שונות וסטיית תקן

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## המשתנה המקרי הבדיד – תוחלת, שונות וסטיית תקן:

### רקע:

#### תוחלת:

ממוצע של פונקציית ההסתברות, אם נבצע את התהליך אינסוף פעמים כמה בממוצע נקבל. התוחלת היא צפי של המשתנה המקרי.

$$\text{מגדירים תוחלת באופן הבא: } E(X) = \sum_i x_i P(x_i) = \mu$$

#### שונות:

תוחלת ריבועי הסטיות מהתוחלת – נותן אינדיקציה על הפיזור והסיכון של פונקציית ההסתברות.

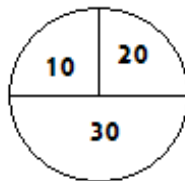
$$\text{מגדירים שונות באופן הבא: } V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) = \sum_i x_i^2 P(x_i) - \mu^2 = \sigma^2$$

#### סטיית תקן:

שורש של השונות – הפיזור הממוצע הצפוי סביב התוחלת. מסמנים:  $STD = \sigma$ .

#### דוגמה:

בקזינו רולטה כמוראה בשרטוט. אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה ב-ש. הסתברות לקבלת הסכומים השונים:



|     |      |      |        |
|-----|------|------|--------|
| 30  | 20   | 10   | $X$    |
| 0.5 | 0.25 | 0.25 | $P(X)$ |

$$E(X) = 10 \cdot 0.25 + 20 \cdot 0.25 + 30 \cdot 0.5 = 22.5 = \mu$$

$$V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) =$$

$$= (10 - 22.5)^2 \cdot 0.25 + (20 - 22.5)^2 \cdot 0.25 + (30 - 22.5)^2 \cdot 0.5 = 68.75 = \sigma^2$$

$$\text{כדי לחשב את סטיית התקן נוציא שורש לשונות: } \sigma_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{68.75} = 8.29$$

## שאלות:

- (1) אדם משחק במשחק מזל.  
נגדיר את  $X$  להיות סכום הזכייה.  
להלן פונקציית ההסתברות של  $X$ :

|     |     |     |     |        |
|-----|-----|-----|-----|--------|
| 40  | 20  | 0   | -30 | $X$    |
| 0.2 | 0.3 | 0.1 | 0.4 | $P(X)$ |

מהי התוחלת, השונות וסטית התקן של  $X$ ?

- (2) בישוב מסוים שני סניפי בנק: בנק פועלים ובנק לאומי. מתוך האוכלוסייה הבוגרת בישוב, ל-50% חשבון בנק בסניף הפועלים, ל-40% חשבון בנק בסניף לאומי ול-20% מהתושבים הבוגרים אין חשבון באף אחד מהסניפים. יהי  $X$  מס' סניפי הבנק שלבוגר בישוב יש בהם חשבון. חשבו את  $E(X)$ .

- (3) ידוע של-20% מהמשפחות יש חיבור לווייני בביתם. בסקר אדם מחפש לראיין משפחה המחוברת ללוויין. הוא מטלפן באקראי למשפחה וממשיך עד אשר הוא מגיע למשפחה המחוברת ללוויין. בכל מקרה הסוקר לא יתקשר ליותר מ-5 משפחות. נגדיר את  $X$  להיות מספר המשפחות שאליהן האדם יתקשר.  
א. בנו את פונקציית ההסתברות של  $X$ .  
ב. חשבו את התוחלת וסטית התקן של  $X$ .

- (4) לאדם צרור מפתחות. בצרור 5 מפתחות אשר רק אחד מתאים לדלת של ביתו. האדם מנסה את המפתחות באופן מקרי. לאחר שניסה מפתח מסוים הוא מוציא אותו מהצרור כדי שלא ישתמש בו שוב.  
נסמן ב- $X$  את מספר הניסיונות עד שהדלת תפתח.  
א. בנו את פונקציית ההסתברות של  $X$ .  
ב. חשבו את התוחלת והשונות של  $X$ .

### תשובות סופיות:

- (1) תוחלת: 2, שונות: 796.
- (2) 0.9.
- (3) א. ראו סרטון. ב. תוחלת: 3.36, סטיית תקן: 1.603.
- (4) א. ראו טבלה: ב. תוחלת: 3, שונות: 2.

|     |     |     |     |     |        |
|-----|-----|-----|-----|-----|--------|
| 5   | 4   | 3   | 2   | 1   | $X$    |
| 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | $P(X)$ |